EXERCICE N°3 : 20' 4 points

Le laboratoire de physique d'un lycée dispose d'un parc d'oscilloscopes identiques. La durée de vie en années d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit la « loi de durée de vie sans vieillissement »
(ou encore loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$).
Toutes les probabilités seront données à 10^{-3} près.
1°- Sachant que $p(X > 10) = 0{,}286$, montrer qu'une valeur approchée à 10^{-3} près de λ est 0,125.
On prendra 0,125 pour valeur de λ dans la suite de l'exercice.
2°- Calculer la probabilité qu'un oscilloscope du modèle étudié ait une durée de vie inférieure à 6 mois.
3°- Sachant qu'un appareil a déjà fonctionné huit années, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à dix ans ?
4°- On considère que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres appareils.
Le responsable du laboratoire décide de commander 15 oscilloscopes.
Quelle est la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?
5°- Combien l'établissement devrait-il acheter d'oscilloscopes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux fonctionne plus de 10 ans soit supérieure à 0,999 ?

EXERCICE N°4 : 30' 5 points

1) On considère l'équation différentielle (E) : $y + y^3 = -2y'$ (où y est une fonction dérivable et strictement positive sur les intervalles D =]a , $+\infty$ [, avec a $\in \mathbb{R}$)

a) On pose $z = \frac{1}{y^2}$ avec y solution de (E) .

Montrer que z est dérivable sur D et que : z' = z +1.

b) En déduire la solution y(x) de (E) sur l'intervalle]-ln 2 , $+\infty$ [et telle que y(0) = 1

2) Soit f la fonction définie sur I =]-ln 2 , $+\infty$ [par $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2e^x - 1}}$.

($\mathscr{C}$) désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O , \vec{i} , \vec{j}\right)$.

a) Dresser le tableau de variation de f .
b) Préciser l'équation de la tangente (T) à ($\mathscr{C}$) au point d'abscisse 0.
c) Tracer (T) et ($\mathscr{C}$).

3) Soit g la fonction définie sur]0, π [par : g(x) = - ln(1 + cosx).
a) Montrer que g réalise une bijection de]0, π [sur I.
b) Soit $h = g^{-1}$. Montrer que h est dérivable sur I et que $\forall$ x de I, on a : h'(x) = f(x).
c) Calculer alors l'aire de la partie du plan limitée par ($\mathscr{C}$) et les droites d'équations :
y = 0 , x = ln 2 et x = 0.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn